

MAPAS DE PROGRESO DEL APRENDIZAJE

MATEMÁTICA: Números y operaciones

Plantea y resuelve situaciones problemáticas de cantidades con soluciones pertinentes al contexto, que implican la construcción del significado y el uso de los números, sus relaciones y operaciones, empleando diversas representaciones y estrategias de resolución.



PERÚ

Ministerio
de Educación

ipeba

INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN,
ACREDITACIÓN Y CERTIFICACIÓN DE LA
CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA



**MAPAS DE
PROGRESO DEL
APRENDIZAJE**

*nuestros estándares
nacionales de aprendizaje*

***MATEMÁTICA:
Números y operaciones***



INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN,
ACREDITACIÓN Y CERTIFICACIÓN DE LA
CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

Directorio:

Peregrina Morgan Lora (Presidenta)
Jorge Castro León
Liliana Miranda Molina
Angélica Montané Lores
Carlos Rainusso Yáñez

Coordinación Técnica:

Verónica Alvarado Bonhote

Equipo Técnico Responsable:

IPEBA - PROGRAMA ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE

Coordinación General

Cecilia Zevallos Atoche (Coordinadora General)
Alfredo Altamirano Izquierdo
Lilian Isidro Cámac

Asesora Nacional

Jessica Tapia Soriano

Equipo de Matemática

Cecilia Zevallos Atoche
Javier Álvarez Quirhuayo
Pilar Butrón Casas
Lilian Isidro Cámac
Patricia Paz Huamán

Asesores de Matemática

Cecilia Gaita Iparraguirre
Claudio Tapia Fuentes

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Dirección General de Educación Básica Regular

María Isabel Díaz Maguina
Gabriela Rodríguez Cabezudo
Pedro Collanqui Díaz
Roger Saavedra Salas

Dirección de Educación Superior Pedagógica

Ana María Barboza Vega
Raúl Hilares Trujillo

Dirección General de Educación Intercultural, Bilingüe y Rural

Martha Villavicencio Ubillús

Unidad de Medición de la Calidad Educativa

Miriam Arias Reyes
Úrsula Asmad Falcón
Olimpia Castro Mora

Comisión de Expertos

Teresa Arellano Bados
Gustavo Cruz Ampuero
Mónica Cabrera Ortega
Claudia Sicolí Posleman
Alberto Mejía Manrique

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2013-11912
ISBN 978-612-46406-4-3

Diseño: Rubén Colonia

Tiraje: 13 000 ejemplares
Lima, setiembre de 2013

Impresión: Centro de Producción Editorial e Imprenta de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (CEPREDIM)

© **Sistema Nacional de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad Educativa - SINEACE**

© Instituto Peruano de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad de la Educación Básica (IPEBA).

Calle Ricardo Angulo 266, San Isidro. Lima 27. Perú.

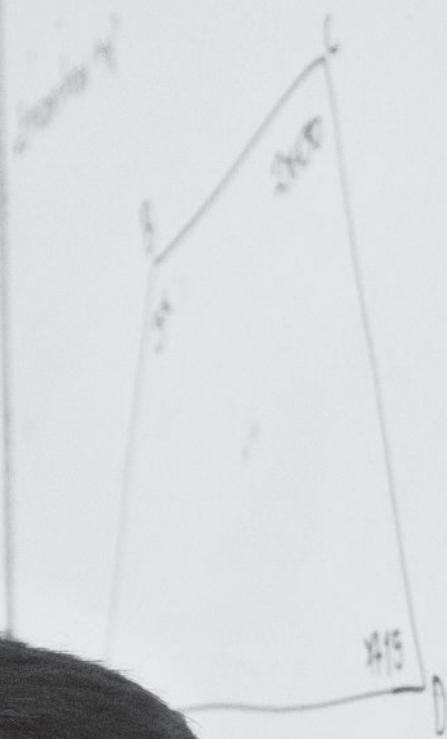
Teléfonos: / (51-1) 223-2895, Fax: (51-1) 224-7123 anexo 112

E-mail: cir@ipeba.gob.pe / www.ipeba.gob.pe

Se autoriza la reproducción total o parcial siempre y cuando se mencione la fuente.

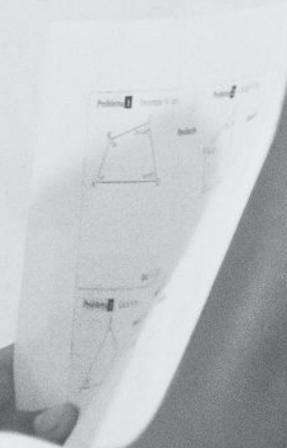
ÍNDICE

Presentación	5
Mapas de Progreso de Matemática	7
El Mapa de Progreso de Números y Operaciones	8
Previo	10
Ejemplos de indicadores de desempeño y trabajos de estudiantes	
III Ciclo	14
Ejemplos de indicadores de desempeño y trabajos de estudiantes	
IV Ciclo	18
Ejemplos de indicadores de desempeño y trabajos de estudiantes	
V Ciclo	22
Ejemplos de indicadores de desempeño y trabajos de estudiantes	
VI Ciclo	26
Ejemplos de indicadores de desempeño y trabajos de estudiantes	
VII Ciclo	30
Ejemplos de indicadores de desempeño y trabajos de estudiantes	
Destacado	33
Ejemplos de indicadores de desempeño y trabajos de estudiantes	
Glosario	36
Referencias bibliográficas	41



suma de 95 Ki

360



PRESENTACIÓN

Garantizar el derecho a la educación es un compromiso por la formación integral de los estudiantes. Para ello, es necesario que logren los aprendizajes esperados durante su trayectoria escolar. El Ministerio de Educación y el Instituto Peruano de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Educación Básica – IPEBA, en un trabajo conjunto, están elaborando los Mapas de Progreso del Aprendizaje, como una herramienta que coadyuve a mejorar la calidad del servicio que ofrecen las instituciones educativas, públicas y privadas, a los estudiantes del país.

Con este propósito se está desarrollando un sistema curricular destinado a asegurar los aprendizajes que requieren los niños, niñas y adolescentes en el país, y a orientar la labor de los docentes en las aulas. Dicho sistema está compuesto, básicamente, por el Marco Curricular, los Mapas de Progreso y las Rutas de Aprendizaje, y se constituye en el orientador y articulador de los Currículos Regionales.

El Marco Curricular comprende el conjunto de aprendizajes fundamentales que todos deben alcanzar en la educación básica. Los Mapas de Progreso describen con precisión lo que los estudiantes deben saber, saber hacer y valorar, de manera graduada en cada ciclo de la educación básica, y ofrecen criterios claros y comunes para monitorear y evaluar dichos aprendizajes. Las Rutas del Aprendizaje apoyan la labor de los docentes y orientan sus estrategias específicas de enseñanza con el fin de favorecer el aprendizaje.

Considerando que el aprendizaje es un proceso continuo, que se desarrolla a lo largo de la vida, los Mapas de Progreso posibilitan apreciar el avance progresivo de tal aprendizaje, facilitando la articulación de los niveles y etapas del sistema educativo pero, sobre todo, el acompañamiento de los logros de los estudiantes, para que todos puedan aprender y nadie se quede atrás.

La elaboración de los Mapas de Progreso se realiza en un equipo integrado por especialistas de IPEBA y del Ministerio de Educación, que son asesorados por expertos nacionales e internacionales. Este proceso comprende el recojo de información a través de pruebas a estudiantes de diferentes regiones del país, así como consultas a docentes, formadores y acompañantes de docentes, y a especialistas de Direcciones Regionales de Educación y Unidades de Gestión Educativa Local. Además, se trabaja sobre la base de una amplia revisión bibliográfica de experiencias internacionales y la revisión y análisis de los resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales aplicadas a estudiantes peruanos. Finalmente, los Mapas de Progreso son validados por una comisión de expertos, constituida por profesionales de gran prestigio académico y amplia experiencia y conocimiento de las distintas competencias que deben desarrollar los estudiantes.

Los Mapas de Progreso serán entregados a los docentes a través de fascículos coleccionables que faciliten su buen uso.

Este fascículo se propone que autoridades, docentes, estudiantes, padres y madres de familia, así como organizaciones de base, conozcan el Mapa de Progreso de Números y Operaciones (Matemática) atendiendo a que “la sociedad tiene la responsabilidad de contribuir a la educación y el derecho a participar en su desarrollo” (Ley General de Educación, artículo 3°).

Patricia Salas O’Brien
Ministra de Educación

Peregrina Morgan Lora
Presidenta Directorio IPEBA

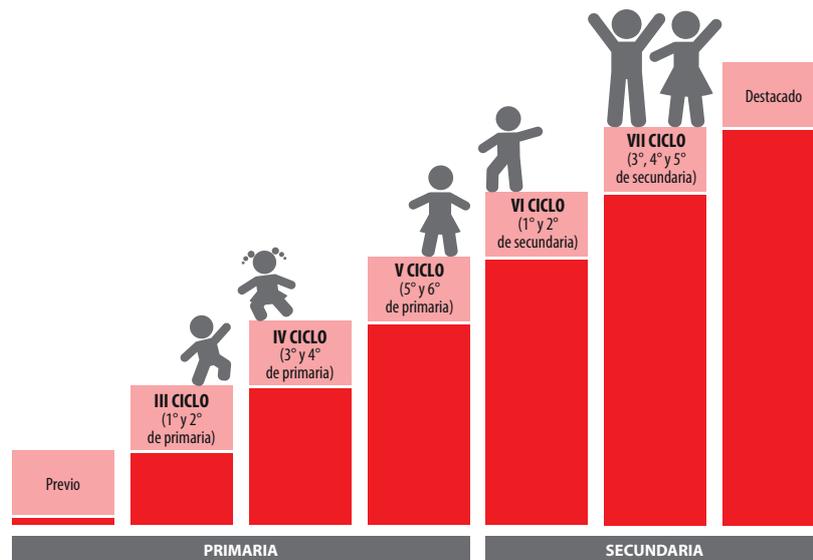
¿Qué son los estándares de aprendizaje nacionales?

Son metas de aprendizaje claras que se espera que alcancen todos los estudiantes del país a lo largo de su escolaridad básica. Los estándares son una de las herramientas que contribuirán a lograr la ansiada calidad y equidad del sistema educativo peruano, el cual debe asegurar que todos los niños, niñas y jóvenes del país, de cualquier contexto socioeconómico o cultural, logren los aprendizajes fundamentales.

En el Perú, se ha decidido elaborar los estándares nacionales de aprendizaje poniendo especial interés en describir cómo suelen progresar de ciclo a ciclo las distintas competencias. Por tal razón, han sido formulados como MAPAS DE PROGRESO DEL APRENDIZAJE.

¿Cuál es la estructura de un Mapa de Progreso del Aprendizaje?

El MAPA DE PROGRESO está dividido en niveles. Los niveles indican lo que se espera que un estudiante haya aprendido al finalizar cada ciclo de la Educación Básica Regular. Los niveles muestran estos aprendizajes de manera sintética y empleando un lenguaje sencillo, con el fin de que todos puedan comprenderlos.



Cada nivel del MAPA DE PROGRESO cuenta con un conjunto de indicadores de desempeño. Estos permitirán identificar claramente si los estudiantes lograron lo que indica el nivel correspondiente. Adicionalmente, el MAPA DE PROGRESO incluye ejemplos de trabajos de estudiantes que han logrado lo señalado en cada nivel.

¿Por qué son útiles los Mapas de Progreso del Aprendizaje?

Los Mapas de Progreso son útiles porque le permiten al docente enfocarse en los aprendizajes centrales y observar cuán lejos o cerca están sus estudiantes del logro de estas metas de aprendizaje, para poder reorientar su acción pedagógica.

MAPAS DE PROGRESO DE MATEMÁTICA

La velocidad del desarrollo científico y tecnológico demanda de la persona una serie de competencias para enfrentar los retos de un mundo en constante cambio. Así, para hacer frente a esta realidad, se requieren, entre otras competencias, aquellas vinculadas a los aprendizajes matemáticos. La Matemática desarrolla en el estudiante competencias que le permitan *plantear y resolver con actitud analítica los problemas de su contexto y de la realidad*¹, de manera que pueda usar esas competencias matemáticas con flexibilidad en distintas situaciones.

Las competencias de Matemática se han organizado en cuatro Mapas de Progreso:

- Número y operaciones
- Cambio y relaciones
- Geometría
- Estadística y probabilidad

Los Mapas de Progreso de Matemática describen el desarrollo de las competencias que requiere un ciudadano para atender las necesidades y retos de la sociedad actual. El desarrollo de estas competencias se interrelaciona y complementa en la medida en que los estudiantes tengan la oportunidad de aprender matemática en contextos significativos.

Los Mapas de Progreso de Matemática exigen una educación matemática que brinde al estudiante situaciones de aprendizaje problemáticas que lo motiven a comprometerse con la investigación, exploración y construcción de su aprendizaje, y que ponga énfasis en los procesos de construcción de los conceptos matemáticos y en el desarrollo de las competencias matemáticas, que implica que un individuo sea capaz de identificar y comprender el rol que desempeña la matemática en el mundo, para permitir juicios bien fundamentados y para comprometerse con la matemática, de manera que cubra las necesidades de la vida actual y futura de dicho individuo como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (PISA 2003).

¹ Ministerio de Educación del Perú (2008). *Diseño Curricular Nacional*, p. 316.

EL MAPA DE PROGRESO DE NÚMEROS Y OPERACIONES

En el mundo en que vivimos, la presencia de la información cuantitativa se ha incrementado en forma considerable. Esto demanda que el ciudadano haga uso de su razonamiento cuantitativo cuando manifiesta el sentido numérico y de magnitud, comprende el significado de las operaciones, y aplica de diversas estrategias de cálculo y estimación.

Diversas investigaciones en didáctica señalan que el número es utilizado con distintas finalidades y de diversas formas: contar, medir, indicar una posición, codificar, secuenciar verbalmente, etc. (Rico 1987 y Castro 2001); por esta razón históricamente el número ha sido la base de muchos currículos de matemática y ha constituido el núcleo de la educación matemática en la educación elemental (NCTM, 2000).

El Mapa de Números y Operaciones describe el desarrollo progresivo de la competencia para comprender y usar los números, sus diferentes representaciones y su sentido de magnitud; comprender el significado de las operaciones en cada conjunto numérico; usar dicha comprensión en diversas formas para realizar juicios matemáticos; y desarrollar estrategias útiles en diversas situaciones.

La progresión de los aprendizajes del Mapa de Números y operaciones se describe considerando dos aspectos, cada uno de los cuales se va complejizando en los distintos niveles:

- a. **Comprensión y uso de los números.** Implica el desarrollo de capacidades para comprender y usar los distintos conjuntos numéricos (N , Z , Q y R), identificar sus características, usos y las relaciones que se pueden establecer entre ellos; comprender el Sistema de Numeración Decimal (SND); y las unidades de tiempo, masa, temperatura y el sistema monetario nacional.
- b. **Comprensión y uso de las operaciones.** Implica el desarrollo de capacidades para comprender y usar los distintos significados de las operaciones aritméticas en situaciones problemáticas en las que se requiere seleccionar, adaptar, elaborar y aplicar estrategias de solución; justificar sus procedimientos; y evaluar sus resultados.

Descripción de los Niveles del Mapa de Números y Operaciones

Previo

Agrupar objetos de acuerdo a diferentes características perceptuales, pudiendo dejar objetos sin agrupar, y explica los criterios empleados para hacer dicho agrupamiento; identifica si muchos, pocos, uno o ninguno de los elementos de una colección presentan características específicas. Cuenta cuántas cosas hay en una colección de hasta 10 objetos e identifica el orden de un objeto en una fila o columna hasta el quinto lugar. Compara colecciones de objetos usando expresiones como *más que*, *menos que* y *tantos como*. Estima la duración de eventos usando unidades no convencionales, y los compara y ordena usando expresiones como *antes* o *después*; compara la masa de dos objetos, y reconoce el más pesado y el más ligero. Resuelve, situaciones problemáticas de contextos cotidianos referidas a acciones de agregar y quitar² objetos de una misma clase, explicando que hizo para encontrar su respuesta.

**III
CICLO**

(1° y 2° de primaria)

Clasifica objetos que tienen características comunes y los organiza al interior reconociendo algunos subgrupos; explica los criterios empleados para formar los grupos y subgrupos usando las expresiones *todos*, *algunos*, *ninguno*. Cuenta, compara y establece equivalencias entre diez unidades con una decena y viceversa, y entre números naturales hasta 100. Estima, compara y mide la masa de objetos, empleando unidades arbitrarias, y el tiempo, empleando unidades convencionales, como días o semanas. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de juntar, separar, agregar, quitar, igualar o comparar cantidades³, empleando diversas estrategias; explica cómo llegó a la respuesta y si esta guarda relación con la situación planteada. Se aproxima a la noción de multiplicación como adiciones repetidas y a la noción de mitad como reparto en dos grupos iguales.

**IV
CICLO**

(3° y 4° de primaria)

Clasifica objetos en grupos y subgrupos, los reagrupa empleando un criterio distinto y explica la relación entre ellos. Representa las partes de un todo y una situación de reparto mediante fracciones. Compara y establece equivalencias entre números naturales hasta la unidad de millar y entre fracciones usuales⁴. Identifica la equivalencia de números de hasta cuatro dígitos en centenas, decenas y unidades. Estima, compara y mide la masa de objetos empleando unidades convencionales como el kilogramo, el gramo y las propias de su comunidad, y la duración de eventos usando unidades convencionales como años, meses, hora, media hora o cuarto de hora. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de agregar, quitar, igualar o comparar dos cantidades⁵, o de repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales⁶; empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Relaciona la división y la multiplicación como procesos inversos y a la división como un reparto en partes iguales.

**V
CICLO**

(5° y 6° de primaria)

Representa cantidades discretas o continuas mediante fracciones, decimales y porcentaje. Compara y establece equivalencias entre números naturales, fracciones, decimales y porcentajes más usuales⁷. Identifica la equivalencia de números de hasta seis dígitos en centenas, decenas y unidades de millar, y de unidades en décimos y centésimos. Estima, compara y mide la masa de objetos en miligramos; la duración de eventos en minutos y segundos; y la temperatura en grados Celsius. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de comparar e igualar dos cantidades⁸, combinar los elementos de dos conjuntos⁹ o relacionar magnitudes directamente proporcionales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Identifica la potencia como un producto de factores iguales.

**VI
CICLO**

(1° y 2° de secundaria)

Representa cantidades discretas o continuas mediante números enteros y racionales en su expresión fraccionaria y decimal en diversas situaciones. Compara y establece equivalencias entre números enteros, racionales y porcentajes; relaciona los órdenes del sistema de numeración decimal con potencias de base diez. Selecciona unidades convencionales e instrumentos apropiados para describir y comparar la masa de objetos en toneladas o la duración de un evento en décadas y siglos. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra¹⁰, determinar aumentos o descuentos porcentuales sucesivos, relacionar magnitudes directa o inversamente proporcionales; empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Relaciona la potenciación y radicación como procesos inversos.

**VII
CICLO**

(3°, 4° y 5° de secundaria)

Interpreta el número irracional como un decimal infinito y sin período. Argumenta por qué los números racionales pueden expresarse como el cociente de dos enteros. Interpreta y representa cantidades y magnitudes mediante la notación científica. Registra medidas en magnitudes de masa, tiempo y temperatura según distintos niveles de exactitud requeridos, y distingue cuándo es apropiado realizar una medición estimada o una exacta. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a determinar tasas de interés, relacionar hasta tres magnitudes proporcionales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Relaciona diferentes fuentes de información. Interpreta las relaciones entre las distintas operaciones.

Destacado

Interpreta los números reales como la unión de los racionales con los irracionales. Argumenta las diferencias características entre los distintos conjuntos numéricos. Interpreta y representa cantidades y magnitudes expresadas mediante logaritmos decimales y naturales. Evalúa el nivel de exactitud necesario al realizar mediciones directas e indirectas de tiempo, masa y temperatura. Resuelve y formula situaciones problemáticas referidas a las propiedades de los números y las operaciones en el conjunto de los números reales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó.

2 Según la clasificación de los PAEV: Cambio 1 y 2.

3 Según la clasificación de los PAEV: Cambio 3 y 4, Combinación 2 y Comparación e Igualación 1 y 2

4 (1/2, 1/4, 1/8, 1/5, 1/10, 1/3 y 1/6)

5 Según la clasificación de los PAEV: Cambio 5 y 6, Comparación e Igualación 3 y 4

6 Según la clasificación de los problemas multiplicativos, son problemas conocidos como de proporcionalidad simple.

7 10%, 20%, 25%, 50%, 75%

8 Según la clasificación de los PAEV: Comparación e Igualación 5 y 6

9 Según la clasificación de los problemas multiplicativos, son problemas conocidos como de producto cartesiano.

10 Según la clasificación de los PAEV, son los problemas multiplicativos de comparación.

A continuación, presentamos algunos ejemplos de indicadores de desempeño y de trabajos de estudiantes para cada uno de los niveles de este Mapa de Progreso.

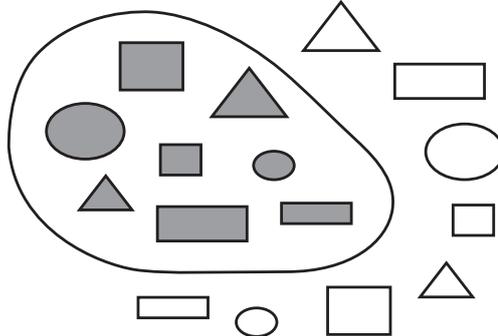
Previo

Agrupar objetos de acuerdo a diferentes características perceptuales, pudiendo dejar objetos sin agrupar, y explicar los criterios empleados para hacer dicho agrupamiento; identificar si muchos, pocos, uno o ninguno de los elementos de una colección presentan características específicas. Contar cuántas cosas hay en una colección de hasta 10 objetos e identificar el orden de un objeto en una fila o columna hasta el quinto lugar. Comparar colecciones de objetos usando expresiones como *más que*, *menos que* y *tantos como*. Estimar la duración de eventos usando unidades no convencionales, y los comparar y ordenar usando expresiones como *antes* o *después*; comparar la masa de dos objetos, y reconocer el más pesado y el más ligero. Resolver situaciones problemáticas de contextos cotidianos referidas a acciones de agregar y quitar¹¹ objetos de una misma clase, explicando qué hizo para encontrar su respuesta.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Forma colecciones de objetos tomando en cuenta características comunes y expresa por qué los agrupó. Ejemplo:

Ante la consigna
Agrupar todos los que se parecen en algo,
el niño agrupa todos los plomos y deja sin agrupar los blancos.



¹¹ Según la clasificación de los PAEV: Cambio 1 y 2.

- Compara colecciones de objetos usando la correspondencia uno a uno y expresa dónde hay *más que*, *menos que* y *tantos como*. Ejemplo:

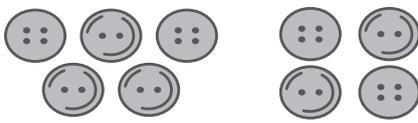
Une a cada niño con su pelota.
¿Qué hay más, niños o pelotas?



- Expresa si muchos, pocos, uno o ninguno de los objetos de una colección tienen una característica señalada.
- Señala la posición de un objeto en una fila, usando los ordinales *primero*, *segundo*, *tercero*, *cuarto* y *quinto*.
- Asocia una cantidad de hasta 10 objetos con el símbolo del número que le corresponde.
- Resuelve problemas en los que requiere agregar o quitar una cantidad en colecciones de hasta 10 objetos, usando material concreto y el conteo, y explica qué hizo para resolverlo (cambio 1 y 2)¹². Ejemplo:

Miguel tenía 5 pelotas en su colección de juguetes y en su cumpleaños recibió 4 pelotas más. ¿Cuántas pelotas tiene ahora Miguel?

Usando botones resuelve la situación y da su respuesta.




- Ordena sus propias actividades cotidianas (levantarse, afeitarse, vestirse, desayunar, etc.).

12 Ejemplos de otros problemas de cambio 1 y 2 los encontrará en el glosario, página 37.

Ejemplos de trabajos de estudiantes

En el caso de este nivel, los trabajos de los estudiantes fueron recogidos en video. Para observar ejemplos de estos trabajos, por favor, ingrese a nuestra página web: <http://www.ipeba.gob.pe>

a) Agrupando objetos (video)

Se presentó un grupo de bloques lógicos y se le propuso al estudiante formar grupos que tengan algo parecido; después de formar agrupaciones el estudiante respondió a la pregunta *¿Por qué los agrupaste así?* explicando los criterios empleados.



COMENTARIO

El estudiante agrupa objetos que tienen como característica común el color y los presenta en arreglos lineales: bloques azules y bloques rojos. Deja libres todos los bloques amarillos, a los cuales no agrupa ni muestra como una colección más aun cuando tienen una misma característica.

b) ¿Cuántas pelotas tiene Miguel? (video)

Se presentó una situación problemática que decía: *Miguel tenía cinco pelotas y en su cumpleaños le regalaron cuatro pelotas más. ¿Cuántas pelotas tiene ahora?* El estudiante resolvió la situación usando material concreto, en este caso botones, y respondió a la pregunta *¿Qué hiciste para saberlo?* explicando con sus propias palabras el procedimiento seguido.



COMENTARIO

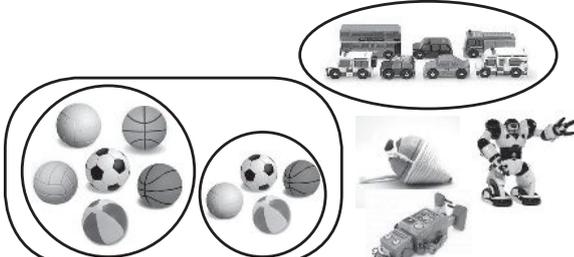
La estudiante resuelve situaciones problemáticas referidas a agregar objetos a una colección; representa la situación usando material concreto; la resuelve usando la estrategia del conteo; y explica su respuesta indicando que *aumentaron más pelotas*.

III Ciclo (1° y 2° de primaria)

Clasifica objetos que tienen características comunes y los organiza al interior reconociendo algunos subgrupos; explica los criterios empleados para formar los grupos y subgrupos usando las expresiones “todos”, “algunos”, “ninguno”. Cuenta, compara y establece equivalencias entre diez unidades con una decena y viceversa, y entre números naturales hasta 100. Estima, compara y mide la masa de objetos, empleando unidades arbitrarias, y el tiempo, empleando unidades convencionales, como días o semanas. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de juntar, separar, agregar, quitar, igualar o comparar cantidades¹³, empleando diversas estrategias; explica cómo llegó a la respuesta y si esta guarda relación con la situación planteada. Se aproxima a la noción de multiplicación como adiciones repetidas y a la noción de mitad como reparto en dos grupos iguales.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

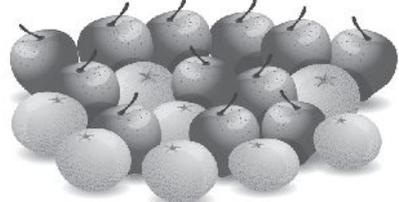
- Agrupa objetos de acuerdo a un criterio y utiliza otro para formar subgrupos al interior, y explica los criterios empleados. Ejemplo:



Luis agrupó sus juguetes. Él hizo un grupo de carritos y otro de pelotas. Dentro del grupo de las pelotas tiene el grupo de las grandes y las pequeñas.

- Resuelve problemas en los que requiere separar una de las partes de un todo, usando soporte concreto y gráfico, y explica qué hizo para resolverlo (combinación 2). Ejemplo:

Compré 20 frutas para llevar al colegio, 12 son manzanas y las demás mandarinas ¿Cuántas son mandarinas?



- Resuelve problemas en los que requiere encontrar el valor que se agregó o quitó a una cantidad, usando soporte concreto, gráfico y simbólico, y explica qué hizo para resolverlo (cambio 3 y 4; ver ejemplos en el glosario).

¹³ Según la clasificación de los PAEV: Cambio 3 y 4, Combinación 2 y Comparación e Igualación 1 y 2

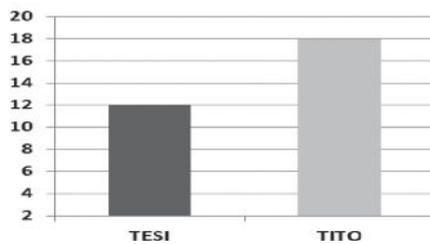
- Resuelve problemas en los que requiere encontrar el valor que necesita una cantidad para ser igual a la otra y explica qué hizo para resolverlo (igualación 1 y 2). Ejemplo:

Sofía tiene 26 monedas de un nuevo sol y su prima Daniela tiene 18 ¿Cuántas monedas más necesita Daniela para tener tanto como Sofía? (igualación 1)



- Resuelve problemas en los que requiere encontrar la diferencia entre dos cantidades, usando soporte concreto, gráfico y simbólico, y explica qué hizo para resolverlo (comparación 1 y 2). Ejemplo:

Los helados de Tesi y Tito



Tesi y su hermano Tito prepararon helados para vender. Observa en la tabla cuántos helados vendieron. ¿Cuántos helados menos vendió Tesi que Tito?

- Resuelve problemas en los que requiere encontrar el doble o triple de una cantidad en un ámbito no mayor a 50, usando adiciones repetidas, y explica qué hizo para resolverlo.
- Resuelve problemas que requieren de dos estructuras aditivas para su solución y explica qué hizo para resolverlo. Ejemplo:

Tomás tiene 25 carritos, 8 son azules, 10 son verdes y los demás son rojos. ¿Cuántos son rojos?

- Compara la masa de dos objetos en una balanza y puede decir, por ejemplo, que dos tazas pesan tanto como una botella.
- Resuelve situaciones en las que requiere usar el calendario para determinar la duración de un evento en días y semanas, y la fecha en la que ocurrió u ocurrirá un evento en relación a un referente. Ejemplo:

El niño puede responder que faltan 18 días o también 2 semanas y 4 días.

Si hoy es martes 7 de diciembre. ¿Cuántos días faltan para Navidad?

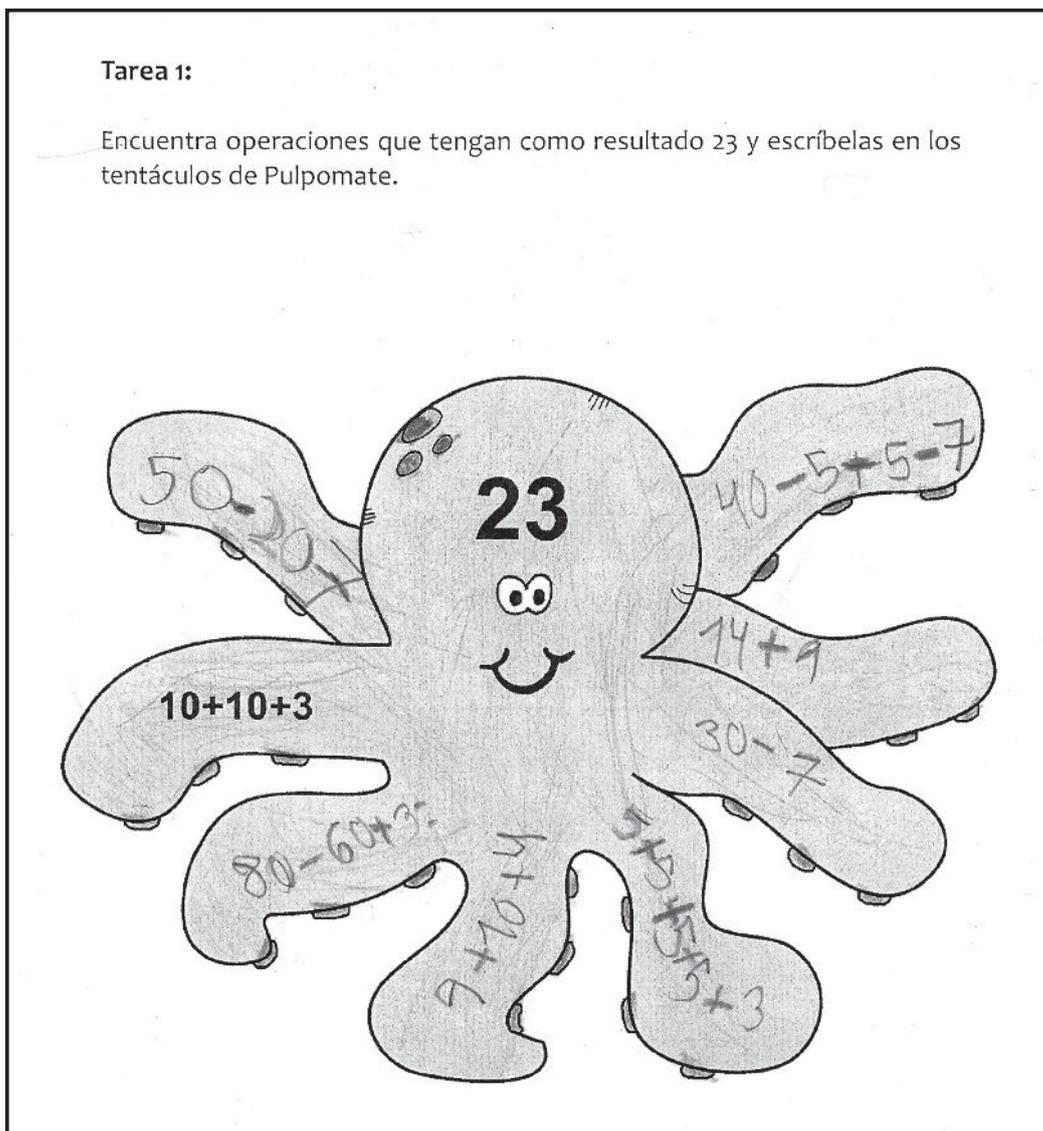
DICIEMBRE						
LU	MA	MI	JU	VI	SA	DO
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Ejemplos de trabajos de estudiantes

a) Encontrando números

Tarea 1:

Encuentra operaciones que tengan como resultado 23 y escríbelas en los tentáculos de Pulpomate.



COMENTARIO

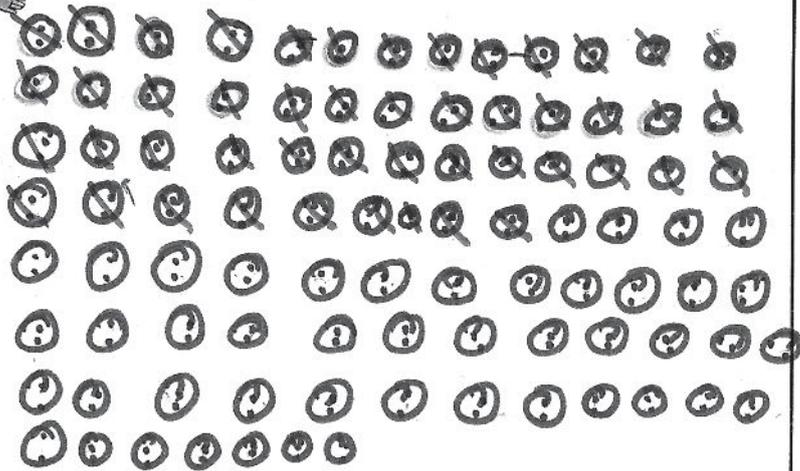
El estudiante establece equivalencias entre números utilizando adiciones, sustracciones, adiciones sucesivas y algunas operaciones combinadas, con o sin canjes. En el ejemplo se aprecia que utiliza números menores que 100, resta decenas sin dificultad y emplea operaciones diferentes para representar al número 23.

b) Los botones de Anita

Tarea 2:



Anita quiere tener 95 botones en la bolsa, pero solo tiene 48 botones. ¿Cuántos botones le faltan para tener 95?



$$C: 95 - 40 = 55$$
$$55 - 8 = 47$$

R: Le faltan 47 botones.

COMENTARIO

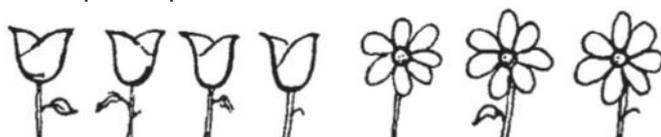
El estudiante resuelve situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de igualar, usando distintas estrategias de solución. En este ejemplo emplea dos estrategias de solución: primero, representa gráficamente la situación, dibujando los botones y tachando lo que ya tiene Anita para hallar su respuesta; como segunda estrategia, emplea la sustracción entre las dos cantidades dadas descomponiéndolas en decenas y unidades.

IV Ciclo (3° y 4° de primaria)

Clasifica objetos en grupos y subgrupos, los reagrupa empleando un criterio distinto y explica la relación entre ellos. Representa las partes de un todo y una situación de reparto mediante fracciones. Compara y establece equivalencias entre números naturales hasta la unidad de millar y entre fracciones usuales¹⁴. Identifica la equivalencia de números de hasta cuatro dígitos en centenas, decenas y unidades. Estima, compara y mide la masa de objetos empleando unidades convencionales como el kilogramo, el gramo y las propias de su comunidad, y la duración de eventos usando unidades convencionales como años, meses, hora, media hora o cuarto de hora. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de agregar, quitar, igualar o comparar dos cantidades¹⁵, o de repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales¹⁶; empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Relaciona la división y la multiplicación como procesos inversos y a la división como un reparto en partes iguales.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Explica la relación entre grupos y subgrupos. Ejemplo: Observa la siguiente figura e indica que hay más tulipanes que margaritas y que si agrega dos tulipanes más habrá más flores que tulipanes.



- Representa un número natural usando combinaciones aditivas y multiplicativas.
- Representa cantidades continuas o discretas con fracciones, empleando material concreto, gráfico y simbólico. Ejemplo:

Representa la cuarta parte de 8 canicas (cantidad discreta)			Representa la sexta parte de una torta (cantidad continua)		
		1/4 de 8			1/6 de 1
Material concreto	Representación gráfica	Representación simbólica	Material concreto	Representación gráfica	Representación simbólica

- Identifica una unidad de millar como equivalente a 10 centenas, a 100 decenas y 1000 unidades.

¹⁴ (1/2, 1/4, 1/8, 1/5, 1/10, 1/3 y 1/6)

¹⁵ Según la clasificación de los PAEV: Cambio 5 y 6, Comparación e Igualación 3 y 4

¹⁶ Según la clasificación de los problemas multiplicativos, son problemas conocidos como de proporcionalidad simple.

- Resuelve problemas en los que requiere encontrar la cantidad que fue aumentada o disminuida y explica el procedimiento utilizado (Cambio 5 y 6; ver en el Glosario la página 37). Ejemplo:

Pablo tenía algunas cartas. Le dio a Sofía 8 cartas. Ahora tiene 29 cartas.
¿Cuántas cartas tenía Pablo? (cambio 6)

- Resuelve problemas en los que requiere hallar la cantidad que se iguala a otra y explica el procedimiento utilizado (igualación 3 y 4; ver en el Glosario página 34).
- Resuelve problemas en los que requiere encontrar la cantidad comparada y explica el procedimiento utilizado (comparación 3 y 4; ver en el Glosario la página 38). Ejemplo:

Alonso tiene 12 peces. César tiene 9 peces más que Alonso.
¿Cuántos peces tiene César? (comparación 3)

- Resuelve problemas en los que una cantidad se repite varias veces y explica el procedimiento utilizado (multiplicativos de proporcionalidad simple, ver en el Glosario la página 39).
- Resuelve problemas en los que requiere repartir una cantidad en partes iguales o encontrar el número de grupos que se forma y explica el procedimiento utilizado (multiplicativos de proporcionalidad simple, ver en el Glosario la página 39). Ejemplo:

Giordano observa en la mesa 36 botones y, además, 6 paquetes de botones vacíos. ¿Cuántos botones vienen en cada paquete? (Partición)

- Resuelve problemas que combinan estructuras aditivas y multiplicativas para su solución. Ejemplo:

Para pagar una deuda de 2180 soles, Ángel paga con billetes de 10 y 50 soles, y monedas de 5 soles. Si da 14 billetes de 50 soles y 24 billetes de 10 soles, ¿cuántas monedas de 5 soles debe de dar para cancelar la deuda?

- Estima los resultados que pueden obtenerse al resolver situaciones aditivas y multiplicativas con números naturales.
- Determina y compara la masa de objetos como bolsas de arena, bolsas de menestras, etc. que puedan expresarse como 250 g o $\frac{1}{4}$ kg, 500 g o $\frac{1}{2}$ kg, 750 g o $\frac{3}{4}$ kg, 1000 g o 1kg.

Ejemplos de trabajos de estudiantes

a) Comparando fracciones

UNIVERSIDAD DE VALPARAISO

vipeba
INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

PREPARÁNDONOS PARA LA KERMES

Doña Luisa desea preparar uno de los siguientes dulces para ofrecerlo en la Kermes. Observa la lista de ingredientes necesarios para preparar estos ricos postres.

RECETA 1: CHIFFOS	RECETA 2: Tres Leches
INGREDIENTES	INGREDIENTES
<ul style="list-style-type: none">• $\frac{1}{4}$ taza mantequilla• $\frac{3}{4}$ taza de harina• $\frac{1}{4}$ docena de huevos• $\frac{1}{4}$ cucharita de extracto de vainilla• $\frac{1}{2}$ cucharita canela• $\frac{1}{2}$ taza de azúcar• $\frac{1}{2}$ cucharadita de sal	<ul style="list-style-type: none">• $\frac{1}{8}$ taza de mantequilla• $\frac{1}{3}$ taza de harina• $\frac{1}{2}$ docena de huevos• $\frac{2}{4}$ taza de azúcar• $\frac{1}{8}$ de cucharadita de sal• $\frac{1}{2}$ cucharadita de esencia de vainilla

Tarea 2:

1. ¿En qué receta Doña Luisa empleará más azúcar? Explica tu respuesta con un gráfico.



COMENTARIO

El estudiante representa las partes de un todo mediante fracciones y las compara. En este ejemplo, utiliza sin dificultad el recurso gráfico; para ello, representa con un rectángulo una taza de azúcar y relaciona la mitad de dicho rectángulo con $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ tazas de azúcar, las compara, y concluye que ambas fracciones representan la misma cantidad.

b) Preparándonos para la kermés

- b. Para la Kermés del colegio doña Luisa preparó para el cuarto grado 58 porciones de la torta “Tres leches”. Si hubiera preparado 15 porciones más para el quinto grado, ellos tendrían tantas porciones como los de cuarto grado. Se sabe también, que al final del día el cuarto grado recaudó S/.174 por la venta de todas las porciones.
- ¿Cuántas porciones de “Tres leches” recibieron los estudiantes de quinto grado?
 - ¿Cuál fue el precio de una porción de “tres leches” en cuarto grado?

Escribe aquí tus procedimientos

The image shows two handwritten math problems on grid paper. The first problem is a subtraction problem: $58 - 15 = 43$. The second problem is a multiplication problem: $58 \times 3 = 174$. Both problems are solved using the standard algorithm.

58 -
15

43

Rpta: recibieron 43 porciones.

58 x
3

174

Rpta: El precio de una porción de tres leches es S/3.00

COMENTARIO

El estudiante resuelve situaciones problemáticas referidas a acciones de igualar y de reparto en diferentes contextos. En el ejemplo se presentan dos actividades: la primera referida a la acción de igualar dos cantidades conociendo la diferencia entre ellas y la segunda actividad referida a una acción de reparto, en la que el estudiante aplica la operación inversa al reparto porque reconoce que tres veces 58 es igual a 174.

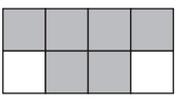
V Ciclo

(5° y 6° de primaria)

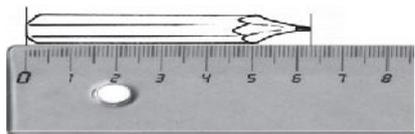
Representa cantidades discretas o continuas mediante fracciones, decimales y porcentaje. Compara y establece equivalencias entre números naturales, fracciones, decimales y porcentajes más usuales¹⁷. Identifica la equivalencia de números de hasta seis dígitos en centenas, decenas y unidades de millar, y de unidades en décimos y centésimos. Estima, compara y mide la masa de objetos en miligramos; la duración de eventos en minutos y segundos; y la temperatura en grados Celsius. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de comparar e igualar dos cantidades¹⁸, combinar los elementos de dos conjuntos¹⁹ o relacionar magnitudes directamente proporcionales, empleando diversas estrategias y explicando el procedimiento seguido. Identifica la potencia como un producto de factores iguales.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Establece equivalencias entre decimales, fracciones y porcentaje con soporte concreto, gráfico y simbólico.

Representa la mitad de 6 pelotas (cantidad discreta)		Representa las tres cuartas partes de una torta (cantidad continua)	
	$\frac{1}{2}$ de 6 = 0,5 de 6 = 50% de 6		$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$
Representación gráfica	Representación simbólica	Representación gráfica	Representación simbólica

- Representa los significados de la fracción como operador, medida o razón.

Fracción como operador	Fracción como medida	Fracción como razón
Los $\frac{3}{4}$ de los estudiantes de sexto grado son mujeres. Si en total hay 24 estudiantes, ¿cuántas son mujeres?	Para medir la longitud del lápiz en centímetros es necesario dividir la unidad en diez partes iguales, entonces el lápiz mide 6 y $\frac{3}{10}$ de cm. 	La relación del número de hombres al de mujeres en el aula es: $\frac{3}{5}$

- Representa con material concreto y gráfico la adición o sustracción de fracciones heterogéneas y decimales.

¹⁷ 10%, 20%, 25%, 50%, 75%

¹⁸ Según la clasificación de los PAEV: Comparación e Igualación 5 y 6

¹⁹ Según la clasificación de los problemas multiplicativos, son problemas conocidos como de producto cartesiano.

- Resuelve problemas en los que requiere encontrar el referente de comparación y explica el procedimiento utilizado (Comparación 5 y 6; ver en el Glosario la página 38).
- Resuelve problemas en los que requiere encontrar el referente de igualdad y explica el procedimiento utilizado (Igualación 5 y 6; ver en el Glosario la página 38).

Ejemplo: Andrés tiene 21 chapitas. Si Andrés regala $\frac{1}{3}$ de sus chapitas, tendrá tantas chapitas como Diego. ¿Cuántas chapitas tiene Diego? (Igualación 6)

- Resuelve problemas en los que usa la multiplicación para combinar los elementos de dos conjuntos y explica el procedimiento utilizado (Multiplicativos de producto cartesiano; ver en el Glosario la página 39).

Ejemplo: El equipo de voleibol tiene 6 camisetas diferentes que al combinarlos con las pantalonetas permiten obtener 12 formas de vestirse. ¿De cuántas pantalonetas diferentes dispone el equipo? (Tipo 2)

- Resuelve problemas que combinan dos o tres estructuras (aditivas y multiplicativas) para su solución y explica el procedimiento utilizado.

Ejemplo: En una tienda hay 60 libros colocados en 2 estanterías. En una estantería hay 12 libros más que en la otra. ¿Qué porcentaje de libros hay en la estantería que tiene más libros?

- Estima los resultados que pueden obtenerse al resolver situaciones aditivas y multiplicativas con números naturales.
- Emplea la balanza electrónica para determinar la masa de objetos pequeños, como pastillas, un puñado de sal, de arroz, etc.; determina la masa de una hoja de papel a través de mediciones indirectas.

Ejemplos de trabajos de estudiantes

a) El menú de la Olla de Barro

NIVEL 4 - Matemática



INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN,
ASESORÍA Y CERTIFICACIÓN DE LA
CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

2. El puesto del restaurante “La Olla de Barro” ofrece la siguiente carta de menú.

LA OLLA DE BARRO

Menú

ENTRADAS	PLATOS DE FONDO
Papa a la huancaína - 5,50	Tallarines rojos 8,50
Ocopa 5,50	Lomo saltado 14,00
Cebiche 10,00	Frejoles con seco 9,50
Ensalada rusa 3,50	Olluquito 6,00
REFRESCO DE CORTESÍA	Caucav 5,50
1 vaso de chica morada	Escabeche 8,00

a) ¿Cuántas combinaciones de entradas y platos de fondo podrá ofrecer? ¿Cuál es la diferencia entre la combinación más económica y la más cara?

1-

Papa a la huancaína ocopa cebiche Ensalada	↙ ↘ ↙ ↘ ↙ ↘ ↙ ↘	Tallarines Lomo Frejoles Olluquito Cau Cau Escabeche
-----------------------------------------------------	-----------------	---------------------------------------------------------------------

6 combinaciones cada entrada, son 4 entradas.

$6 \times 4 = 24$ combinaciones,,

2-

Ensalada rusa : 3,5	Caucav 5,5
$3,5 + 5,5 = 9$	
Cebiche 10	Lomo 14
$10 + 14 = 24$	
$24 - 9 = 15$,	
La diferencia es 15	

COMENTARIO

El estudiante resuelve problemas donde combina los elementos de dos conjuntos. Primero, representa gráficamente la relación entre entradas y platos de fondo del menú y deduce que para hallar el total de combinaciones debe emplear la multiplicación. Luego, discrimina los precios más caros y los más baratos para encontrar la diferencia entre la combinación más cara y la más económica.

24

b) Encontrando equivalencias con porcentajes

NIVEL 4 - Matemática

MISTURA 2011

Lee la siguiente información y luego resuelve las situaciones propuestas

El Comercio

EL ÉXITO DE MISTURA 2011
 373 180 entradas vendidas para los 10 días de feria.
 De las cuales 37 338 fueron niños.
 Del total de entradas el 25% tuvo precio de preventa.

Doña Grimanesa y Doña Pochita nos deleitaron con sus deliciosos anticuchos

Una oferta imbatible fue ofrecida por "La casa del alfajor" donde por el precio de tres llevabas cinco alfajores a tan solo S/. 4.80.

Medio millón de panes vendidos en Mistura 2011
 (250 mil panes más que el año pasado)

APEGA PRESENTA MISTURA 2011

NUESTRA HISTORIA

SABORES DEL PERÚ

El estudiante compara y establece equivalencias entre números naturales, fracciones y porcentajes más usuales. En este ejemplo identifica en el texto de la noticia los datos necesarios para resolver la situación, y utiliza con facilidad la equivalencia entre el 25% y la cuarta parte de un todo para calcular el número de entradas vendidas en preventa (93 295).

COMENTARIO

4. El equipo organizador de APEGA necesita calcular algunas cifras para informar en números el éxito de la Feria gastronómica "Mistura 2011 y los premios entregados durante la Feria.

a) ¿Cuántas entradas representa el porcentaje de las entradas vendidas en preventa?

$$\begin{array}{r}
 373180 \overline{) 4} \\
 13 \quad 93295 \\
 \underline{11} \\
 38 \\
 \underline{20} \\
 \hline
 \end{array}$$

Rpta: 93295 representan el porcentaje de preventa

VI Ciclo (1° y 2° de secundaria)

Representa cantidades discretas o continuas mediante números enteros y racionales en su expresión fraccionaria y decimal en diversas situaciones. Compara y establece equivalencias entre números enteros, racionales y porcentajes; relaciona los órdenes del sistema de numeración decimal con potencias de base diez. Selecciona unidades convencionales e instrumentos apropiados para describir y comparar la masa de objetos en toneladas o la duración de un evento en décadas y siglos. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra²⁰, determinar aumentos o descuentos porcentuales sucesivos, relacionar magnitudes directa o inversamente proporcionales; empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Relaciona la potenciación y radicación como procesos inversos.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Usa equivalencias entre números enteros, racionales y porcentajes en situaciones contextualizadas

Ejemplo: Pedro gana S/1200, gasta el 40% en alimentación y el $\frac{1}{10}$ en movilidad, ¿qué parte de su sueldo le queda?

- Compara, mide y registra los cambios de temperatura de distintos lugares en grados Celsius.
- Resuelve problemas multiplicativos en los que requiere encontrar la cantidad comparada o el referente de comparación y explica la elección de su estrategia sustentando su respuesta, según las condiciones del problema (multiplicativos de comparación).

Ejemplo: Pedro tiene 72,85 nuevos soles, que son 3 veces más dinero que el que tiene Juan. ¿Cuánto dinero tiene Juan?

- Resuelve problemas que requieren encontrar los múltiplos o divisores comunes de varios números y explica la elección de su estrategia sustentando su respuesta, según las condiciones del problema (MCM y MCD).

Ejemplo: Un empresario reparte canastas navideñas a todos sus empleados. Este año cuenta con 504 tarros de leche, 420 paquetes de menestras, 252 bolsas de arroz y 84 panetones. ¿Cuántas canastas puede armar? ¿Cuántas unidades de cada producto colocará en las canastas?

²⁰ Según la clasificación de los PAEV, son los problemas multiplicativos de comparación.

- Resuelve y formula situaciones de proporcionalidad directa e inversa, a partir de diversos contextos y explica la elección de su estrategia sustentando su respuesta, según las condiciones del problema.

Ejemplo: Para envasar cierta cantidad de vino se necesitan 8 toneles de 200 litros de capacidad cada uno. Queremos envasar la misma cantidad de vino empleando 64 toneles. ¿Cuál deberá ser la capacidad de esos toneles?

- Resuelve problemas que combinan varias estructuras multiplicativas para su solución y explica la elección de su estrategia sustentando su respuesta, según las condiciones del problema.
- Resuelve problemas referidos a aumentos y descuentos sucesivos en el valor de un producto, y sustenta las estrategias empleadas según las condiciones del problema.

Ejemplo: Por cierre de temporada escolar la librería "El estudiante" ofrece descuentos del 20% más el 30% en compras cuyos montos son mayores a 200 nuevos soles y descuentos del 45% en compras menores a 200 nuevos soles. ¿A qué descuento equivale cada caso?

- Aproxima a números enteros los resultados que pueden obtenerse al resolver diversas situaciones.
- Identifica el instrumento y la unidad adecuada para medir un objeto.

Por ejemplo, indica que, para medir la masa de un camión, la unidad será la tonelada y se medirá en una báscula; emplea líneas de tiempo por años (y no por días) para registrar hechos históricos; utiliza el *gigabyte* para medir la capacidad de almacenamiento de información que registran las computadoras.

- Mide y compara la temperatura de su localidad en distintos momentos del año y los asocia a las estaciones del año.

Ejemplos de trabajos de estudiantes

a) Relación entre el Sistema de numeración decimal (SND) y el Sistema monetario

NIVEL 5- MATEMÁTICA



TAREA 5: RELACIÓN ENTRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL Y EL SISTEMA MONETARIO.

Las unidades del sistema de numeración decimal (SND) están muy relacionadas con las denominaciones de las monedas o billetes de nuestro sistema monetario.

Averigua dicha relación completando las equivalencias entre las diferentes unidades.

Denominación	N° de monedas	$a \times 10^b$	Unidad del SND	Equivalente en (S/.)
	87	87×10^{-2}	centésimos	0,87
	219	219×10^{-1}	décimos	21,90
	93	93×10^0	Unidades	93
	45	45×10^1	Decena	450
	57	57×10^2	Centena	5 700,00
TOTAL EN SOLES				6 265,77.

COMENTARIO

El estudiante representa cantidades continuas con números racionales, establece relaciones entre el sistema monetario y el sistema de numeración decimal (SND) haciendo uso de las equivalencias entre números decimales (racionales) y enteros. Por ejemplo, en esta tarea, el estudiante identifica, a partir del monto, la cantidad de billetes y monedas, y las unidades del SND. Además, expresa su valor numérico utilizando las potencias de base diez.

b) Organizando nuestro viaje de excursión

vipeba

ORGANIZANDO NUESTRO VIAJE DE EXCURSIÓN

Carlos Rodríguez, en lugar de una promoción de 20 estudiantes del colegio José Antonio Encinas, quienes tienen planeado realizar una visita a alguno de estos lugares, como parte de las actividades programadas en el curso de Ciencias Sociales.

Lomas de Lúcumo (Lurín)

A 40 km. de Lima.
Entradas: 8,50 soles por estudiante y 12 soles adulto.

Castillo de Chancay

A 76 km. de Lima.
Entradas: 10,00 soles por estudiante y 14 soles adulto.

Centro ceremonial de Caral

A 11,5 km. de Lima.
Entradas: 5 soles por estudiante y 10 soles adulto.

El grupo ya tiene ahorrado \$1.400 para cubrir los costos del pasaje, sólo queda definir el lugar que visitarán. Con dicho fin realizaron una votación, donde cada alumno votó por dos de sus lugares favoritos de acuerdo al orden de su preferencia y sus posibilidades económicas.

Nombre	1er voto	2do voto
Mariana	Caral	Chancay
Diego	Caral	Lúcumo
Andrés	Lúcumo	Chancay
Carlos	Chancay	Caral
José	Caral	Lúcumo
Fernando	Caral	Chancay
Sofía	Chancay	Lúcumo
Kevin	Caral	Chancay
Sandra	Lúcumo	Chancay
Mónica	Chancay	Chancay
Luzmila	Caral	Lúcumo
Silvia	Lúcumo	Chancay
Alexandra	Chancay	Caral
Carimen	Caral	Lúcumo
Carim	Lúcumo	Caral
Diego	Caral	Chancay
Roberto	Chancay	Caral
Elmer	Chancay	Caral
Alfonso	Caral	Chancay
Liliana	Chancay	Lúcumo

RESULTADOS DE LA VOTACIÓN
La tabla muestra las respuestas de cada uno de los estudiantes.

Un mes después lograron visitar el Centro Ceremonial de Caral, donde realizaron comparaciones entre el largo, ancho y altura de las pirámides de dicha ciudadela.

Pirámide	Largo	Ancho	Altura
Pirámide Mayor	?	109,42m	28,00m
Pirámide de la Cantera	78,00m	56,00m	13,40m
Pirámide Menor	45,80m	37,00m	7,50m
Pirámide de la Galería	110,00m	80,00m	17,00m
Pirámide de la Huanca	55,00m	55,00m	12,00m
Pirámide del Anfiteatro	?	81,00m	11,00m
Pirámide del Altar Circular	42,60m	28,00m	4,00m



b) ¿Cuáles son las pirámides cuyas alturas están en razón de 3 a 7?

La única que puede llevar la razón de 7 es la altura de la Pirámide Mayor.

Y hay 2 posibilidades para la razón de 3:

- Pirámide Menor
- " " " de la Huanca.

Para elegir:

$$3 \times 7,5 = 22,5$$

$$7 \times 28 = 196$$

$$84 \neq 22,5$$

$$\Rightarrow 3 \times 12 = 36$$

$$7 \times 28 = 196$$

$$84 = 84$$

Rpta: las alturas de la Pirámide Mayor es a la Pirámide de la Huanca como 3 es 7.

COMENTARIO

El estudiante determina cuántas veces una cantidad está contenida en otra y establece una proporción a partir de la razón dada. Examina las medidas existentes, discrimina entre ellas y evalúa dos opciones que le parece que cumplen con la condición. Descarta la primera opción al no conseguir una igualdad de los productos extremos, determinando con el mismo procedimiento que las pirámides de medidas 12 m y 28 m sí se encuentran en razón de 3 a 7.

VII Ciclo

(3°, 4° y 5° de secundaria)

Interpreta el número irracional como un decimal infinito y sin período. Argumenta por qué los números racionales pueden expresarse como el cociente de dos enteros. Interpreta y representa cantidades y magnitudes mediante la notación científica. Registra medidas en magnitudes de masa, tiempo y temperatura según distintos niveles de exactitud requeridos, y distingue cuándo es apropiado realizar una medición estimada o una exacta. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a determinar tasas de interés, relacionar hasta tres magnitudes proporcionales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Relaciona diferentes fuentes de información. Interpreta las relaciones entre las distintas operaciones.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Identifica y representa cantidades mediante números decimales periódicos o no periódicos en situaciones contextualizadas.

Ejemplo: En un juego de Bingo el premio es de 1000 soles. Tres participantes deben repartirse este dinero en partes iguales. ¿Cómo escribirías esta cantidad? ¿Por qué?

- Identifica que π , e y raíces cuadradas inexactas (como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$) son números irracionales.
- Resuelve problemas que demandan evaluar tasas de interés y efectos de un pago anticipado en transacciones financieras, y sustenta las estrategias empleadas según las condiciones del problema.

Ejemplo: Jorge tiene que decidir entre dos tipos de préstamos ofrecidos por un mismo banco. Él pretende pagar en los próximos 6 meses todo el monto del préstamo que adeude en esa fecha.

PROPUESTA	TASA INTERÉS ANUAL	MESES DE GRACIA	TIEMPO
A	12%	3 meses	1 año
B	10%	Sin meses de gracia	1 año

¿Cuál de las dos propuestas le conviene más? Sustenta tu respuesta.

- Resuelve problemas referidos a relaciones de proporcionalidad directa o inversa hasta con tres magnitudes y sustenta las estrategias empleadas según las condiciones del problema.
- Resuelve y formula situaciones problemáticas que combinan variadas estructuras (aditivas, multiplicativas y de proporcionalidad) en los distintos conjuntos numéricos y variados contextos, y sustenta las estrategias empleadas según las condiciones del problema.

Ejemplo: ¿Cuántos Kg de cobre se deberán comprar para construir un cilindro de 10 cm de alto y 0,5 m de radio? Considera que la densidad del cobre es 8960 kg/m^3 .

- Discrimina entre la pertinencia del cálculo exacto o estimado para dar respuesta a un problema.

Ejemplo: ¿Qué aproximación conviene hacer para que la cantidad de cobre sea la más exacta? ¿Por qué?

- Reconoce que, cuando debe proporcionar una medida muy precisa, necesita emplear décimas, centésimas y milésimas para expresar la medición.
- Identifica las dificultades que tuvo al aplicar una estrategia para resolver un problema y reflexiona sobre otras formas de solución.

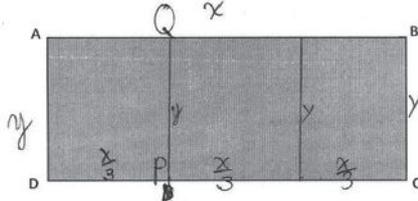
Ejemplos de trabajos de estudiantes

a) Repartición del terreno

NIVEL 6 - MATEMÁTICA

ipeba

Un padre desea repartir un terreno de forma rectangular entre sus tres hijos, de manera que al dividir el lado mayor del terreno en 3 partes iguales cada uno de los lotes generados sea proporcional al terreno original.



a) Determina la medida de los lados que podría tener el terreno rectangular ABCD
 b) ¿Cuál es la razón de proporcionalidad entre los lados del terreno rectangular ABCD? ¿A qué conjunto numérico pertenece? Explica

b)

$$\frac{x}{ny} = \frac{ny}{\frac{x}{3}} \quad \frac{x}{ny} = \frac{3ny}{x} \quad x^2 = 3ny^2 \quad ny = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

La relación es de $\sqrt{3}$, pertenece a los números reales

Si $\overline{AB} = 3 \text{ cm}$
 $\overline{AD} = \sqrt{3} \cdot \overline{AB} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^1 = 3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3} \cdot 3 = \sqrt{3} \cdot 3$

rectángulos generados

$\overline{AQ} = 1 \text{ cm} \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$
 $3 = 3$

COMENTARIO

El estudiante resuelve situaciones problemáticas referidas a relacionar magnitudes proporcionales. Para ello, representa en el rectángulo original las condiciones del problema, expresando en símbolos los lados para relacionarlos; halla la razón de proporcionalidad empleando propiedades de radicales y simplificando expresiones numéricas con valores irracionales; y formula un ejemplo con el que verifica que las dimensiones del rectángulo generado cumplen con las condiciones dadas. Esta tarea ejemplifica el aprendizaje esperado en este nivel aun cuando no representa las dos soluciones (negativa y positiva) en la ecuación cuadrática.

Destacado

Interpreta los números reales como la unión de los racionales con los irracionales. Argumenta las diferencias características entre los distintos conjuntos numéricos. Interpreta y representa cantidades y magnitudes expresadas mediante logaritmos decimales y naturales. Evalúa el nivel de exactitud necesario al realizar mediciones directas e indirectas de tiempo, masa y temperatura. Resuelve y formula situaciones problemáticas referidas a las propiedades de los números y las operaciones en el conjunto de los números reales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Representa conjuntos de números reales usando intervalos.
- Argumenta por qué el conjunto de los números racionales es denso, y los conjuntos de los naturales y enteros no lo son.

Por ejemplo, explica que, usando la propiedad del término medio, siempre es posible encontrar otro número fraccionario entre un par de fracciones o, lo que es lo mismo, siempre es posible encontrar un decimal entre dos decimales continuos del mismo orden.

- Representa e interpreta cantidades muy grandes o muy pequeñas expresadas mediante logaritmos decimales y naturales.

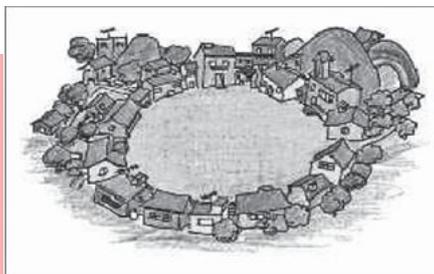
Por ejemplo, expresa mediante potencias de 10 la distancia entre el Sol y Alpha Centauri (como 4×10^{13} km.).

- Resuelve y formula problemas referidos a números perfectos, triangulares, cuadrados perfectos, etc.

Ejemplo: Halle un número natural tal que, si su última cifra de la derecha se mueve al primer lugar de la izquierda, se obtiene un número igual al doble del original.

- Argumenta la pertinencia de un cálculo exacto o estimado al dar respuesta a una situación problemática.

Ejemplo: Un contratista calcula el costo total por remodelar un parque circular en función del área. Para ello hace el siguiente cálculo.



Valor contrata = $512 \cdot \text{Área de la plaza} = 512 \cdot (3,15)(50)^2$

¿Qué aproximación de π , es conveniente para un cálculo justo?

¿Por qué?

- Evalúa cómo puede mejorar sus recursos y estrategias para resolver problemas.
- Interpreta mediciones de masa, tiempo o temperatura expresados en informaciones científicas o históricas.
- Reconoce los errores que comete al realizar redondeos a las cifras significativas de un número irracional; por ejemplo, al comprobar la diferencia entre calcular la longitud de la circunferencia de objetos cilíndricos de manera directa o de manera indirecta.

Ejemplos de trabajos de estudiantes

a) Una paradoja saltarina

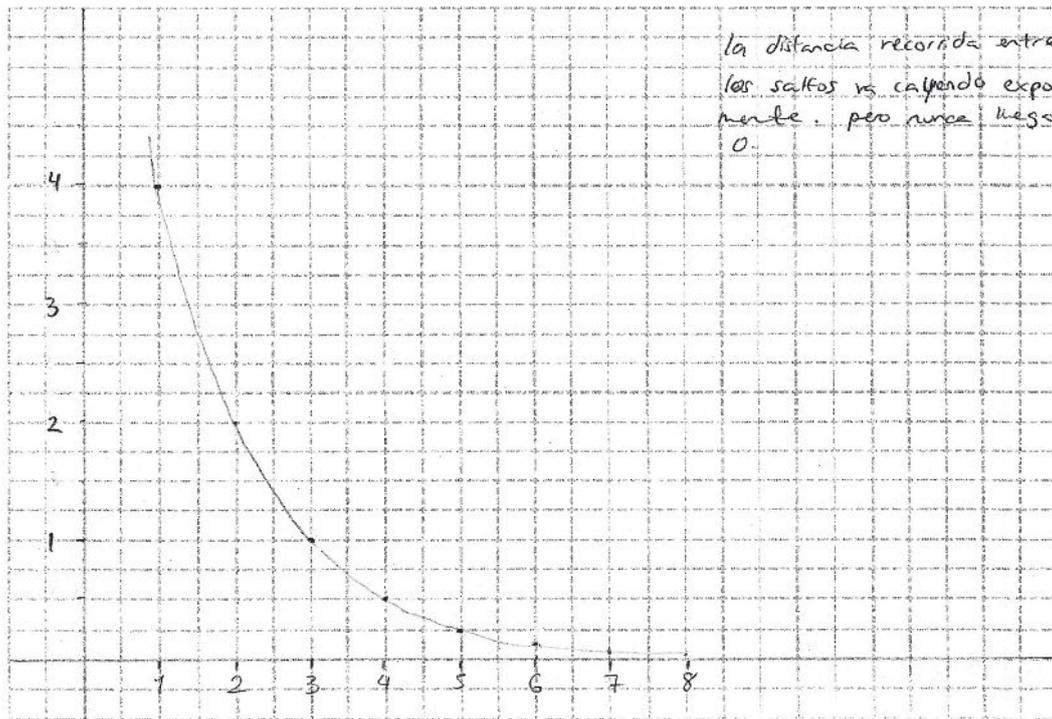
NIVEL 7 - MATEMÁTICA



UNA PARADOJA SALTARINA

El profesor de matemática propone el siguiente reto a sus estudiantes: Un conejo está a 8m de distancia de un árbol. En su primer salto, avanza 4m, luego salta por segunda vez avanzando 2m, salta por tercera vez recorriendo 1m, en el cuarto salto recorre medio metro y así sucesivamente avanza cada vez la mitad de lo que avanzó en el salto anterior.

a) ¿Cuál será la distancia recorrida por el conejo desde el primer salto hasta al octavo?



la distancia recorrida entre los saltos va cayendo exponencialmente, pero nunca llega a 0.

$$4 + 2 + 1 + 0.5 + 0.25 + 0.125 + 0.0625 + 0.03125 = 7.96875 \text{ m}$$

b) ¿Qué está sucediendo cada vez que salta? ¿Será posible que llegue a recorrer los 8 metros, en algún momento? Justifica tu respuesta.

N° salto	Distancia avanzada en cada salto (m)	Total distancia recorrida (m)
1	4	4
2	2	6
3	1	7
4	0.5	7.5
5	0.25	7.75
6	0.125	7.875
7	0.0625	7.9375
8	0.03125	7.96875
9	0.015625	7.984375
10	0.0078125	7.98515625

No, ya que el número se va a seguir dividiendo en 2 haciendo el número más y más cercano a 8 sin ser 8.

El número ^{de cada salto} va a continuar siendo infinitamente pequeño. Ya que el número se acerca ~~al número~~ exponencialmente.

COMENTARIO

El estudiante resuelve y modela situaciones problemáticas referidas a las propiedades de los números y las operaciones en los distintos conjuntos numéricos. Para ello, representa los valores que van tomando las distancias que recorre el conejo en una gráfica e interpreta la tendencia hacia cero. Concluye que el conejo nunca llegará a recorrer los 8 metros porque siempre saltará la mitad de la distancia que le falta y esta cantidad será cada vez infinitamente más pequeña.

GLOSARIO

1. ARGUMENTAR

Dar razones lógicas o matemáticas que permitan sustentar, probar o demostrar la veracidad o falsedad de una proposición o idea planteada (Ministerio de Educación, 2004, p.28).

2. CANTIDAD CONTINUA

La que consta de unidades o partes que no están separadas unas de otras; por ejemplo, el peso, la talla, el precio en soles de un producto, la cantidad de líquido en un vaso, el tiempo, entre otras.

3. CANTIDAD DISCRETA

La que consta de unidades o partes separadas unas de otras; por ejemplo, el número de ovejas en un rebaño, de hermanos, de estudiantes, de pelotas, entre otros.

4. CLASIFICAR

Disponer un conjunto de datos o elementos en subconjuntos o clases de acuerdo a uno o varios criterios. Abarca la identificación de propiedades de los objetos y la comparación mediante el establecimiento de diferencias y semejanzas entre elementos (Heudebert, Chávez, 2006, p.85). La clasificación se distingue del simple agrupamiento en tanto que utiliza criterios que permiten incluir a todos los elementos dados en alguno de los grupos establecidos.

5. COMPARAR

Establecer una relación entre lo cuantitativo o cualitativo que existe entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase (Ministerio de Educación, 2004, p.229).

6. COMPROBAR

Verificar, confirmar la veracidad o exactitud de un objeto matemático o situación a través de su concepto o propiedades.

7. CONTAR

Asociar cada término de la secuencia numérica con cada objeto de una colección, estableciendo la correspondencia biunívoca entre número y objeto (Castro y Castro, 2001, p.124). Se distingue de enumerar porque este término se refiere a recitar un trozo de la secuencia numérica por evocación (Arellano, 2006, p.29).

8. EVALUAR

Valorar o determinar el grado de efectividad de un conjunto de estrategias o procedimientos, a partir de su coherencia o aplicabilidad a otras situaciones problemáticas.

9. EXPLICAR

Describir o exponer las razones²¹ o procedimientos seguidos para la solución de un problema, exigiendo en el alumno establecer conexiones entre sus ideas (Bishop, 1999).

²¹ El problema es que, en la actualidad, los objetivos de la mayoría de los currículos matemáticos se centran por completo en hacer y casi nada en explicar. Explicar es la actividad de exponer las relaciones existentes entre unos fenómenos y la "búsqueda de una teoría explicativa", como la describe Horton (1967), citado en Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural (Alan Bishop, Paidós, 1999, España).

10. IDENTIFICAR

Diferenciar los rasgos distintivos de un objeto matemático; es decir, determinar si pertenece a una determinada clase que presenta ciertas características comunes (Hernández, Delgado y otros, 1999).

11. INTERPRETAR

Atribuir significado a las expresiones matemáticas, de modo que estas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o en función del fenómeno o problema real del que se trate. Implica tanto codificar como decodificar una situación problemática (Hernández, Delgado y otros, 1999, pp. 69-87).

12. MODELAR

Asociar un objeto no matemático a un objeto matemático que represente determinados comportamientos, relaciones o características considerados relevantes para la solución de un problema (Hernández, Delgado y otros, 1999, pp. 69-87).

13. PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA

Situaciones problemáticas que se pueden resolver con la adición o la sustracción.

Para facilitar la comprensión de estas operaciones, existe una variedad de situaciones de estructura aditiva que ayudan a conectar la adición con la sustracción; por esta razón, se recomienda ir abordándolas utilizando las siguientes situaciones: combinación, cambio, comparación e igualación (Castro E., 2001).

Combinación: Situación en la que se puede tener como dato las cantidades parciales o la cantidad total.

CASO	Ejemplos	PARTE	PARTE	TODO
Combinación 1	Jorge tiene 3 pelotas y 8 carritos. ¿Cuántos juguetes tiene Jorge?	3	8	desconocido
Combinación 2	En mi caja hay 11 juguetes entre carritos y pelotas. Si conté 3 pelotas, ¿cuántos carritos hay?	3	desconocido	11

Cambio o transformación: Situaciones en las que hay un aumento o disminución de una cantidad en una secuencia de tiempo. La incógnita puede estar en el estado inicial, en el cambio o en el final.

CASO	Ejemplos	Cantidad INICIAL	Cambio	Cantidad FINAL
Cambio 1	Pilar tenía 14 soles; luego recibe 3 soles. ¿Cuántos soles tiene ahora?	14	aumentó 3	desconocida
Cambio 2	Pilar tiene 14 soles; compra una hamburguesa por 6 soles. ¿Cuántos soles le quedan?	14	disminuyó 6	desconocida
Cambio 3	Cecilia tenía 24 figuras en su álbum. Ricardo le regaló algunas figuras. Ahora tiene 32 figuras. ¿Cuántas figuras le regaló Ricardo?	24	desconocida	32
Cambio 4	Cecilia tenía 24 figuras en su álbum. Le da a Ricardo algunas figuras. Ahora tiene 15 figuras. ¿Cuántas figuras le dio Ricardo?	24	desconocida	15
Cambio 5	Rosa tenía algunas galletas. Irma le dio 14 galletas. Ahora tiene 23 galletas ¿Cuántas galletas tenía Rosa?	desconocida	aumentó 14	23
Cambio 6	Rosa tenía algunas galletas. Le dio a Irma 5 galletas. Ahora tiene 23 galletas. ¿Cuántas galletas tenía Rosa?	desconocida	disminuyó 5	4

Igualación: Situaciones en las que se requiere igualar una cantidad con respecto a otra. La incógnita puede estar en la referencia, en lo que se iguala o en la diferencia.

CASO	Ejemplos	REFERENCIA	COMPARADA	DIFERENCIA
Igualación 1	Adolfo tiene 18 chapitas. Carlos juntó 12 chapitas. ¿Cuántas chapitas debe conseguir Carlos para tener tanto como Adolfo?	18	12	desconocida
Igualación 2	Adolfo tiene 18 chapitas. José tiene 12 chapitas. ¿Cuántas chapitas debe dejar Adolfo para tener tantas como José?	18	12	desconocida
Igualación 3	Paty tiene 15 semillas. Si Luisa consigue 4 semillas, tendrá tantas semillas como Paty. ¿Cuántas semillas tiene Luisa?	15	desconocida	4 más
Igualación 4	Paty tiene 15 semillas. Si Camila pierde 6 semillas, tendrá tantas semillas como Paty. ¿Cuántas semillas tiene Camila?	15	desconocida	6 menos
Igualación 5	Rosa tiene 19 pulseras. Si Rosa obtiene 7 pulseras, tendrá tantas pulseras como Carmen. ¿Cuántas pulseras tiene Carmen?	desconocida	19	7 más
Igualación 6	Rosa tiene 19 pulseras. Si Rosa regala 3 pulseras, tendrá tantas pulseras como Carmen. ¿Cuántas pulseras tiene Carmen?	desconocida	19	3 menos

Comparación: Situaciones en las que se comparan dos cantidades. La incógnita puede estar en la referencia, en lo que se compara o en la diferencia.

CASO	Ejemplos	REFERENCIA	COMPARADA	DIFERENCIA
Comparación 1	César tiene 8 caramelos. Manolo tiene 13 chocolates. ¿Cuántos dulces tiene Manolo más que César?	8	13	desconocida
Comparación 2	César tiene 8 caramelos. Manuel tiene 5 galletas. ¿Cuántos dulces tiene Manuel menos que César?	8	5	desconocida
Comparación 3	Carola tiene 11 años. Ernesto tiene 3 años más que Carola. ¿Cuántos años tiene Ernesto?	11	desconocido	3 más
Comparación 4	Carola tiene 11 años. Verónica tiene 3 años menos que Carola. ¿Cuántos años tiene Verónica?	11	desconocido	3 menos
Comparación 5	Juan tiene 16 bolitas. Juan tiene 7 bolitas más que Percy. ¿Cuántas bolitas tiene Percy?	desconocido	16	7 más
Comparación 6	Juan tiene 16 bolitas. Juan tiene 6 bolitas menos que Tomás. ¿Cuántas bolitas tiene Tomás?	desconocido	16	6 menos

14. PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

Situaciones que se pueden resolver con la multiplicación o la división.

Para facilitar la comprensión de estas operaciones, existe una variedad de situaciones de estructura multiplicativa que ayudan a conectar la multiplicación con la división. Existen tres estructuras multiplicativas:

Proporcionalidad simple: Se trata de problemas en los que hay una proporción directa entre dos cantidades. Hay tres posibilidades dentro de esta categoría, según cuál de las tres cantidades sea la incógnita. Estas son multiplicación, partición y cuotición (Castro E., 2001).

CASO	Ejemplos	N° de grupos	N° de elementos por grupo	N° total
Multiplicación	Ana compra 5 paquetes de galletas; cada paquete contiene 8 galletas. ¿Cuántas galletas ha comprado?	5	8	desconocido
Partición	Ana observa en la mesa 40 galletas y, además, 5 paquetes de galletas vacíos. ¿Cuántas galletas vienen en cada paquete?	5	desconocido	40
Cuotición o medida	Hay 40 galletas en la mesa. En cada paquete vienen 8 galletas. ¿Cuántos paquetes se compraron?	desconocido	8	40

Comparación: Se trata de problemas en los que se comparan dos cantidades, una de las cuales es el referente y la otra el comparado. Esta relación da lugar a un factor de comparación o escalar. Hay tres tipos de comparación: de aumento, de disminución y de igualación.

COMPARACIÓN DE LA FORMA *Veces más que*²²

CASO	Ejemplos	Juan (referente)	Factor de comparación (escalar)	Pedro (comparado)
Multiplicación	Juan ahorró 320 soles y su hermano Pedro logró ahorrar tres veces más dinero que Juan. ¿Cuánto dinero tiene Pedro?	320	por 3	desconocido
Partición	Juan ahorró 320 soles y su hermano Pedro ahorró 960 soles. ¿Cuántas veces más dinero tiene Pedro que Juan?	320	desconocido	960
Cuotición o medida	Pedro ahorró 960 soles, que son 3 veces más dinero que el que tiene Juan. ¿Cuánto ahorró Juan?	desconocido	por 3	960

COMPARACIÓN DE LA FORMA *Veces menos que*

CASO	Ejemplos	María (referente)	Factor de comparación (escalar)	Teresa (comparado)
Multiplicación	María tiene 72 soles y Teresa 3 veces menos soles. ¿Cuántos soles tiene Teresa?	72	entre 3	desconocido
Partición	María tiene 72 soles y Teresa 24 soles. ¿Cuántas veces menos soles tiene Teresa que María?	72	desconocido	24
Cuotición o medida	Teresa tiene 24 soles, que son 3 veces menos el dinero que tiene María. ¿Cuántos soles tiene María?	desconocido	entre 3	24

COMPARACIÓN DE LA FORMA *Veces tantas como*

CASO	Ejemplos	Luis (referente)	Factor de comparación (escalar)	José (comparado)
Multiplicación	Luis tiene 12 figuras y José tiene 3 veces tantas figuras como Luis. ¿Cuántas figuras tiene José?	12	por 3	desconocido
Partición	Luis tiene 12 figuras y José tiene 36 figuras. ¿Cuántas veces tiene José tantas figuras como Luis?	12	desconocido	36
Cuotición o medida	José tiene 36 figuras, que son 3 veces tantas figuras como las que tiene Luis. ¿Cuántas figuras tiene Luis?	desconocido	por 3	36

22 "Tres veces más que" equivale a decir "el triple de", según Castro (2001)

Producto cartesiano: Situaciones referidas a las diferentes formas de combinar elementos de conjuntos; por ejemplo:

CASO	Ejemplos	Polos	Pantalones	N° de combinaciones
Tipo 1	Tengo 14 polos y 6 pantalones. ¿De cuántas maneras los puedo combinar para vestirme?	14	6	desconocido
Tipo 2	Tengo 14 polos que, al combinarlos con los pantalones que tengo, me permiten 84 formas de vestirme. ¿De cuántos pantalones dispongo?	14	desconocido	84

15. REPRESENTAR

Elaborar una imagen, gráfico o símbolo visual de un objeto matemático y sus relaciones empleando formas geométricas, diagramas, tablas, el plano cartesiano, etc.

16. RESOLVER

Encontrar un método que conduzca a la solución de un problema matemático²³, el cual puede estar enmarcado en diferentes contextos tanto matemáticos como de la vida real²⁴ y de contextos personales, familiares, escolares o científicos.

²³ Ministerio de Educación del Perú – UMC. op. cit. p.229.

²⁴ INCE. Marcos teóricos y especificaciones de evaluación de TIMSS 2003, p.45

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALSINA, Ángel (2009). *El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado*. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*, Santander: SEIEM.

ANDONEGUI Martín (2006). "Fracciones, concepto y su representación". *Serie Desarrollo del pensamiento matemático* Caracas: Serie Fracciones N°9, <http://publicaciones.caf.com/media/1209/61.pdf>

ARELLANO Teresa (2006). Diplomado de Segunda Especialidad en Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria. Módulo 3. "Comprensión numérica y habilidades operatorias". Material de estudio. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, PUCP distancia.

BISHOP Alan (1999). *Enculturación matemática la educación matemática desde una perspectiva cultural*, Paidós, 1999, España.

CASTRO, Enrique (editor- 2001). *Didáctica de la matemática en educación primaria*. Madrid: Editorial síntesis.

CHAVES Marta, HEUDEBERT Ana (2006). Diplomado de Segunda Especialidad en Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria. "Iniciación a la Matemática y Desarrollo del Pensamiento Lógico". Módulo 2. Material de estudio. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, PUCP distancia.
CID, Eva. Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos. Departamento de Matemática de la Universidad de Zaragoza. Consulta: agosto de 2011. www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf

DEPARTAMENT FOR EDUCATION (1999). *The National Curriculum for England*. London, Editado por el Departamento de Educación y empleo. Consulta: marzo 2010. < <http://www.education.gov.uk/>>.

GALLARDO Jesús, GONZALES J., QUISPE, W (2008). Interpretando la comprensión Matemática en escenarios básicos de valoración. "Un estudio de las interferencias en el uso de los significados de la fracción". Caracas: *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Volumen 11(3), p.362-372. Consulta: junio de 2011. http://dialnet.unirioja.es/servlet/fichero_articulo?codigo=2766159>

GALLARDO Jesús, GONZALES J., QUISPE, W (2008). "¿Qué comprensión de la fracción fomentan los libros de texto de matemáticas peruanos?" *PNA*, 4(3), 111-131. Consulta: mayo del 2011. www.pna.es/Numeros2/pdf/Quispe2010Que.pdf.

GODINO, Juan (2010). *Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Septiembre, 2010. Consultado junio 2011 en: <http://www.ugr.es/local/jgodino>

GONZALEZ Raquel (2008). La polaridad positiva en español, memoria para optar el grado de doctor, capítulo 6: cuantificadores aproximativos. Universidad Complutense de Madrid. Consultado el día 24 de abril de 2012 en <http://eprints.ucm.es/8145/1/T30427.pdf>

GOVERNMENT OF WESTERN AUSTRALIA (1998). The Curriculum Framework Learning Statement for Mathematics, Consulta: marzo de 2010. http://www.scsa.wa.edu.au/internet/Years_K10/Curriculum_Framework.

GRAVEMEIJER, K. y J. Teruel. Hans Freudenthal: un matemático en didáctica y teoría curricular. Traducción: Norma Saggese, Fernanda Gallego y Ana Bressan(GPDM). *J. Curriculum studies*, 2000, vol. 32, nº. 6, 777- 796.

INCE (2004). *Marcos teóricos y especificaciones de evaluación de TIMSS 2003*. España: Ministerio de educación, cultura y deporte.

IPEBA (2011). “Marco de referencia de estándares de aprendizaje para el Perú”. *Serie documentos técnicos*. Lima: Impresión Arte Perú.

MARÍA, José. (1998). “Números racionales positivos: reflexiones sobre la instrucción”. Departamento de Matemáticas. Universidad de Zaragoza. España. Ediciones Universidad de Salamanca, 1998, Aula N° 10.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN (2009). Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular. Lima, MED 2009, 2da edición. Aprobado con R.M. 0440 – 2008-ED.

- (2009) Guía de análisis para los docentes, evaluación censal de estudiantes 2009 – segundo grado de primaria. Lima: MED: Unidad De Medición De La Calidad.
- (2004) Propuesta pedagógica para el desarrollo de las capacidades matemáticas. Matemática para la Vida. Educación Básica Regular. Lima: Imagio S.A.C.
- (2005) Evaluación nacional del rendimiento estudiantil 2004. Informe pedagógico de resultados – Secundaria, Lima: MED: Unidad De Medición De La Calidad.

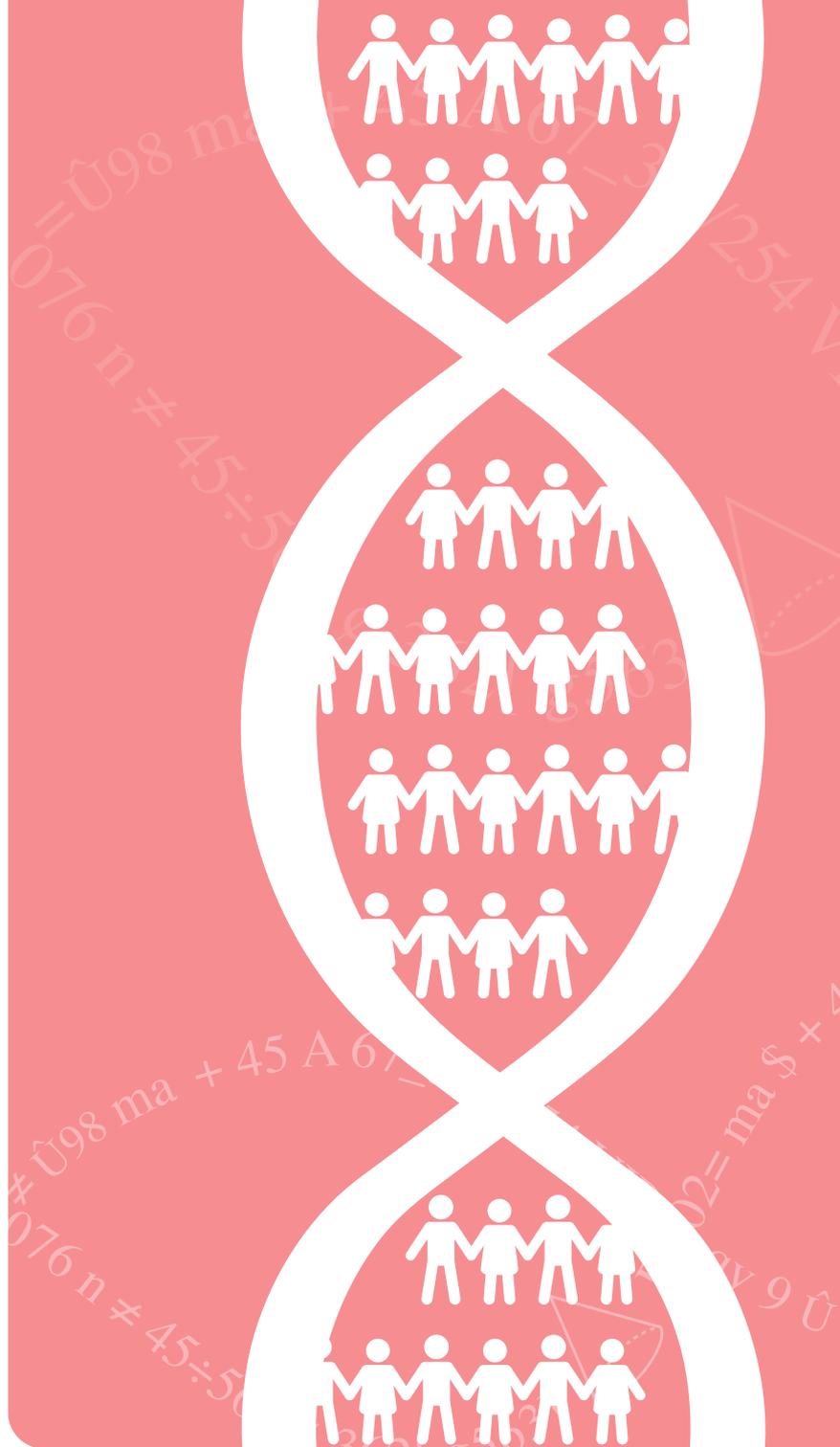
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2006). Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá, Editorial Ministerio de Educación Nacional. Consulta: abril de 2010. www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf.

MINISTRY OF EDUCATION (2005). The Ontario Curriculum, Grades 1-8 Mathematics. Ontario, Queen's printer. Consulta: enero de 2011. <<http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/math.html>>

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT - OECD (2003). Marcos teóricos de PISA 2003. Traducido por Encarnación Belmonte (2004). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE)

El IPEBA y el Ministerio de Educación están elaborando MAPAS DE PROGRESO para las distintas competencias que se deben desarrollar en Comunicación, Matemática, Ciencia y Ciudadanía. Esto implica un arduo trabajo técnico, por lo que requiere tiempo. Por ello, el IPEBA y el Ministerio de Educación elaborarán y publicarán los MAPAS de manera progresiva. Esta vez, se pone a disposición de la comunidad educativa los MAPAS DE PROGRESO de Lectura, Escritura y Comunicación Oral en el área de Comunicación; y de Números y operaciones, Cambio y Relaciones, así como los mapas de Geometría y de Estadística y probabilidad en el área de Matemática. Más adelante se tiene programado publicar los mapas de Ciencia, Ciudadanía y Educación Inicial.

Usted puede encontrar este MAPA DE PROGRESO, así como las versiones más recientes de los demás mapas que venimos elaborando, en la web: **www.ipeba.gob.pe**. Ahí encontrará, además, un espacio para compartir con nosotros sus impresiones y aportes sobre estos mapas.



INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN,
ACREDITACIÓN Y CERTIFICACIÓN DE LA
CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

